

Résolution du système linéaire $Ax = b$ par la méthode du gradient bi-conjugué préconditionné par la matrice P "inverse approché aisément factorisable" de A . Il s'agit pour l'essentiel de la résolution du système à matrice symétrique

$$\begin{pmatrix} 0 & {}^tA \\ A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix}$$

par la méthode du gradient conjugué.

Initialisation x_0 donné, ε donné
 $r_0^{(1)} = b - A \cdot x_0$; $r_0^{(2)} = \overline{r_0^{(1)}}$ (*résidus initiaux*)
 $p_0^{(1)} = P^{-1} \cdot r_0^{(1)}$; $p_0^{(2)} = {}^tP^{-1} \cdot r_0^{(2)}$ (*directions de descente initiales*)
 $\theta_0 = (p_0^{(1)}, r_0^{(2)})$ ((\cdot, \cdot) représente le produit scalaire)

Itérations : $k \geq 0$ $\alpha_k = \theta_k / (A \cdot p_k^{(1)}, p_k^{(2)})$ (*taux dans la direction de descente*)
 $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k^{(1)}$ (*mise à jour de la solution*)
 $r_{k+1}^{(1)} = r_k^{(1)} - \alpha_k A \cdot p_k^{(1)}$ (*résidu à l'itération $k+1$*)
Arrêt des itérations : $\|r_{k+1}^{(1)}\| \leq \varepsilon$?
 $r_{k+1}^{(2)} = r_k^{(2)} - \alpha_k {}^tA \cdot p_k^{(1)}$ (*bi-résidu*)
 $\theta_{k+1} = (P^{-1} \cdot r_{k+1}^{(1)}, r_{k+1}^{(2)})$
 $\beta_{k+1} = \theta_{k+1} / \theta_k$
 $p_{k+1}^{(1)} = P^{-1} \cdot r_{k+1}^{(1)} + \beta_{k+1} p_k^{(1)}$ (*nouvelles directions de descente*)
 $p_{k+1}^{(2)} = {}^tP^{-1} \cdot r_{k+1}^{(2)} + \beta_{k+1} p_k^{(2)}$